

Les charges-sources sont responsables du champ électrique et du potentiel électrique dans l'espace.
 Les charges-test subissent les forces électriques dues au champ électrique des charges-sources.

Vecteur du champ électrique généré par \$Q_1\$ (autour de \$Q_1\$)

\$\vec{E}_1 = E_{1x}\vec{i} + E_{1y}\vec{j}\$

\$E_x = \frac{kQ_1}{r^2} (x_P - x_{Q_1})\$
 \$E_y = \frac{kQ_1}{r^2} (y_P - y_{Q_1})\$

\$dE_x = \frac{k dQ}{r^2} (x_P - x_{Q_1})\$
 \$dE_y = \frac{k dQ}{r^2} (y_P - y_{Q_1})\$

\$E_x = -\frac{dV_1}{dx}\$
 \$E_y = -\frac{dV_1}{dy}\$

Trigonométrie:
 \$\cos \theta_1 = \frac{x_P - x_{Q_1}}{r}\$
 \$\sin \theta_1 = \frac{y_P - y_{Q_1}}{r}\$

Orientation du champ électrique
 \$\theta_1 = \arctan\left(\frac{E_y}{E_x}\right)\$

Voici quatre exemples où votre calculatrice vous renvoie:

\$\theta_1 = 32^\circ\$ oui!
 \$\theta_2 = -78^\circ\$ oui! (102-78)
 \$\theta_3 = 52^\circ\$ oui! (102+52)
 \$\theta_4 = -36^\circ\$ oui! ou 324° aussi! bon!

Module du champ électrique
 \$\|\vec{E}_1\| = \frac{k|Q_1|}{r^2}\$
 \$\|\vec{E}_1\| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}\$
 \$\|\vec{E}_1\| = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}\$

Distance
 \$r^2 = (x_P - x_{Q_1})^2 + (y_P - y_{Q_1})^2\$
 \$r = \sqrt{(x_P - x_{Q_1})^2 + (y_P - y_{Q_1})^2}\$
 \$r = ((x_P - x_{Q_1})^2 + (y_P - y_{Q_1})^2)^{1/2}\$

Potentiel électrique autour de \$Q_1\$
 \$V_1 = \frac{kQ_1}{r}\$

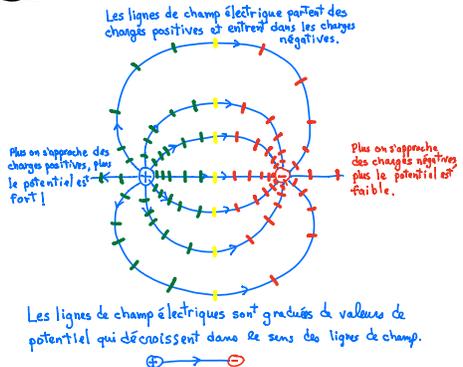
Potentiel électrique généré par plusieurs charges (\$Q_1, Q_2, Q_3, \dots\$)
 \$V_{tot} = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2} + \frac{kQ_3}{r_3} + \dots\$

Énergie potentielle électrique d'une particule chargée \$q\$
 \$U = q \cdot V_{tot}\$

Vecteur du champ électrique généré par plusieurs \$Q_1, Q_2, Q_3, \dots\$ tout autour d'eux

\$E_{totx} = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} + \dots\$
 \$E_{toty} = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} + \dots\$

Le principe de superposition s'applique!



Vecteur de la force électrique

\$\vec{F}_1 = q_1 (\vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots)\$
 \$\vec{F}_1 = q_1 \vec{E}_{tot}\$

Loi:
 \$F_x = q_1 (E_{2x} + E_{3x} + E_{4x} + \dots)\$
 \$F_y = q_1 (E_{2y} + E_{3y} + E_{4y} + \dots)\$

Puisque les forces électriques sont des forces "conservatives", la variation d'énergie cinétique d'une charge-test (\$q\$) sera compensée par une variation opposée de son énergie potentielle électrique si aucun agent extérieur intervient.

Loi de conservation d'énergie mécanique lors d'un déplacement (de \$A \to B\$) d'une charge \$q\$ parmi des objets chargés.

\$W_{ext} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 + q(V_B - V_A)\$

Trouvaille d'un agent extérieur Variation d'énergie cinétique Variation d'énergie potentielle électrique

Constantes en électricité

\$k = 8,99 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\$
 \$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}\$
 \$1e = 1,602 \times 10^{-19} C\$
 \$1C = 6,24 \times 10^{18} e\$

Énergie potentielle électrique de tout un ensemble de charges (\$U_{sys}\$)

\$U_{sys} = \frac{kQ_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{kQ_1 Q_3}{r_{13}} + \frac{kQ_1 Q_4}{r_{14}} + \frac{kQ_2 Q_3}{r_{23}} + \frac{kQ_2 Q_4}{r_{24}} + \frac{kQ_3 Q_4}{r_{34}}\$ (pour 4 charges)

Liste Tribostatique simplifiée: Téfalon™, caoutchouc, verre

Si \$U_{sys}\$ est négative alors il s'agit d'un ensemble de charges qui sont liées (attraction)
 Mais si \$U_{sys}\$ est positive alors il s'agit d'un ensemble de charges qui pourront s'éloigner indéfiniment l'une de l'autre en gagnant finalement une énergie cinétique totale = \$U_{sys}\$ du départ.

Densités de charges

Densité de charges linéique
 \$\lambda = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}} = \frac{dQ}{dL}\$
 \$dQ = \lambda dL\$

Densité de charges surfacique
 \$\sigma = \frac{Q_{tot}}{A_{tot}} = \frac{dQ}{dA}\$
 \$A\$ = aire
 \$dQ = \sigma dA\$

Densité de charges volumique
 \$\rho = \frac{Q_{tot}}{V_{tot}} = \frac{dQ}{dV}\$
 * \$V\$ = volume
 \$dQ = \rho dV\$

Pour différentes distributions uniformes de charges

Pour une sphère métallique



$$E_x = \frac{kQ}{r^3} (x_p - x_0)$$

$$E_y = \frac{kQ}{r^3} (y_p - y_0)$$

comme une charge ponctuelle

$$||\vec{E}|| = \frac{k|Q|}{r^2}$$

Pour un fil infini*

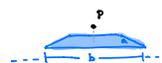


$$||\vec{E}|| = \frac{2k\lambda}{r}$$

où $\lambda = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}}$

* Pour que le champ électrique d'un fil soit comme celui d'un fil infini, il faut que le point à l'étude soit centré et très proche du fil ($r \ll b$).

Pour un plan infini*



$$||\vec{E}|| = 2\pi k\sigma$$

où $\sigma = \frac{Q_{tot}}{A_{tot}}$

* Pour que le champ électrique d'un plan soit comme celui d'un plan infini, il faut que le point soit centré et très proche du plan ($r \ll a$ et $r \ll b$).

Symétrie sphérique



Aire de la sphère = $4\pi r^2$

Symétrie cylindre



Aire latérale du cylindre = $2\pi r \cdot L$

Symétrie cylindre



Aire disque = πr^2

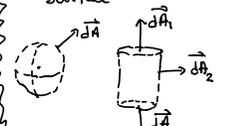
Théorème de Gauss (Maxwell)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

où $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$

Flux électrique $\rightarrow ||\vec{E}|| \cdot ||d\vec{A}|| \cdot \cos \theta_{E,dA}$

Vecteur d'une partie de surface



Pour un fil vertical chargé uniformément de n'importe quelle longueur!

$$E_x = -\frac{kQ_{tot}}{L_{tot} x_{fil}} \left(\frac{y_{max}}{(x_{fil}^2 + y_{max}^2)^{3/2}} - \frac{y_{min}}{(x_{fil}^2 + y_{min}^2)^{3/2}} \right)$$

$$E_y = \frac{kQ_{tot}}{L_{tot}} \left(\frac{1}{(x_{fil}^2 + y_{max}^2)^{3/2}} - \frac{1}{(x_{fil}^2 + y_{min}^2)^{3/2}} \right)$$

$$dQ = \lambda dL$$

$$dL = dy$$

$$\lambda = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}}$$

$$r = (x_{fil}^2 + y_{iso}^2)^{1/2}$$

Intégrales résolues par nos chers mathématiciens!

(u=x ou u=y)

$$\int \frac{u du}{(A^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{-1}{\sqrt{A^2 + u^2}}$$

$$\int \frac{du}{(A^2 + u^2)^{3/2}} = \frac{u}{A^2 \sqrt{A^2 + u^2}}$$

Pour un fil horizontal chargé uniformément de n'importe quelle longueur!

$$E_x = \frac{kQ_{tot}}{L_{tot}} \left(\frac{1}{(x_{max}^2 + y_{fil}^2)^{3/2}} - \frac{1}{(x_{min}^2 + y_{fil}^2)^{3/2}} \right)$$

$$E_y = -\frac{kQ_{tot}}{L_{tot} y_{fil}} \left(\frac{x_{max}}{(x_{max}^2 + y_{fil}^2)^{3/2}} - \frac{x_{min}}{(x_{min}^2 + y_{fil}^2)^{3/2}} \right)$$

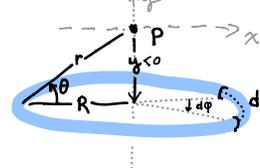
$$dQ = \lambda dL$$

$$dL = dx$$

$$\lambda = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}}$$

$$r = (x_{iso}^2 + y_{fil}^2)^{1/2}$$

Pour un anneau uniformément chargé, le champ en un point de l'axe centrale de n'importe quel rayon!



$$E_x = 0$$

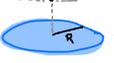
$$E_y = -\frac{kQy}{(R^2 + y_{ann}^2)^{3/2}}$$

$$dQ = \lambda dL$$

$$dL = R \cdot d\phi$$

$$r = (R^2 + y_{ann}^2)^{1/2}$$

Pour un disque uniformément chargé de n'importe quel rayon!



surface = πR^2

$$E_x = 0$$

$$E_y = 2\pi k\sigma y \left[(R_{max}^2 + y^2)^{-1/2} - \frac{1}{y} \right]$$

où $\sigma = \frac{Q_{tot}}{\pi R_{max}^2}$

densité de charge surfacique

$$dQ = \sigma dA$$

$$dA = 2\pi R \cdot dR$$

En fait, on retrouve très souvent des paires de plaques trouées parce que c'est simple et pratique.

