Les charges-sources (Q) sont responsables du champ électrique et du potentiel électrique dans l'espace.

Les charges-tests (q) subissant les forces électriques dues au champ électrique généré par les charges-sources.
On peut attribuer à une charge-test, une valeur d'énergie potentielle électrique lorsqu'elles se déplacent à proximité des charges-sources.

e : charge électrique élémentaire
$1e = 1{,}602 \times 10^{-19}\ C$
$\hookrightarrow 1\,C \cong 6{,}242 \times 10^{9} \times 10^{9}\ e$

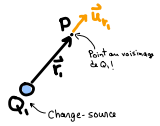
k : constante électrostatique
$k \approx 9 \times 10^{9}\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$
$8{,}987\,551\,792 \times 10^{9}$

Vecteur du champ électrique généré par Q_1 (à un Point de son voisinage)

(Charge-source)

Définition rigoureuse ($\frac{N \text{ ou } V}{C \text{ ou } m}$)

$$\vec{E}_1 = \frac{kQ_1}{r_1^2} \cdot \vec{u}_{r_1}$$



où

Distance entre Q_1 et P [m]

$$r_1 = \sqrt{(x_P - x_{Q_1})^2 + (y_P - y_{Q_1})^2}$$

relation de Pythagore

vecteur unitaire orienté de Q_1 vers P. pas d'unité

$$\vec{u}_{r_1} = \frac{(x_P - x_{Q_1})}{r_1}\vec{i} + \frac{(y_P - y_{Q_1})}{r_1}\vec{j}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{kQ_1}{r_1^2}\left[\frac{(x_P - x_{Q_1})}{r_1}\vec{i} + \frac{(y_P - y_{Q_1})}{r_1}\vec{j}\right]$$

$$\vec{E}_1 = \underbrace{\frac{kQ_1}{r_1^2}\frac{(x_P - x_{Q_1})}{r_1}}_{E_{1x}}\vec{i} + \underbrace{\frac{kQ_1}{r_1^2}\frac{(y_P - y_{Q_1})}{r_1}}_{E_{1y}}\vec{j}$$

composante en x / composante en y

$$E_{1x} = -\frac{\Delta V_1}{\Delta x} \qquad E_{1y} = -\frac{\Delta V_1}{\Delta y} \qquad \left(\frac{N}{C} \text{ ou } \frac{V}{m}\right)$$

Il est aussi possible de calculer les composantes du champ électrique avec des variations de valeurs de potentiel et de déplacement. Très cool !

Grandeur du champ électrique (module) ($\frac{N}{C} = \frac{V}{m}$)

$$\|\vec{E}_1\| = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} = \sqrt{E_{1x}^2 + E_{1y}^2}$$

Potentiel électrique autour de Q_1 ($\frac{J}{C}$ ou V)

$$V_1 = \frac{kQ_1}{r_1}$$

Potentiel électrique généré par plusieurs charges ($Q_1, Q_2, Q_3 \ldots$) ($\frac{J}{C}$ ou V)

$$V_{123\ldots} = \frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2} + \frac{kQ_3}{r_3} \ldots$$

Énergie potentielle électrique d'une particule chargée q (J)

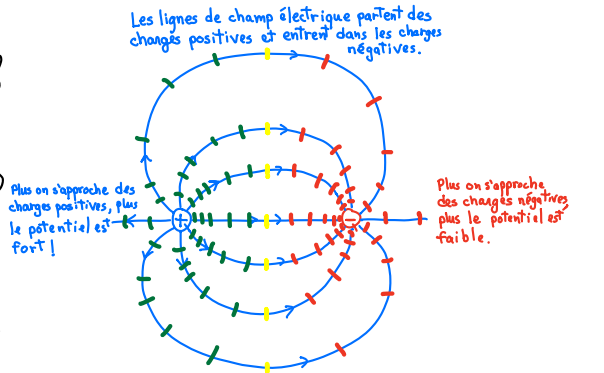
$$U_q = q \cdot V_{123\ldots}$$

Vecteur du champ électrique généré par plusieurs $Q_1, Q_2, Q_3 \ldots$ tout autour d'eux

($\frac{N}{C}$ ou $\frac{V}{m}$)

$$E_{tot_x} = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} + \ldots$$
$$E_{tot_y} = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} + \ldots$$

Le principe de superposition s'applique !



Les lignes de champ électriques sont graduées de valeurs de potentiel qui décroissent dans le sens des lignes de champ.

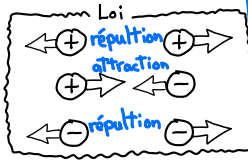
Vecteur de la force électrique (N)

$$\vec{F}_1 = q_1\left(\vec{E}_{Q_2} + \vec{E}_{Q_3} + \vec{E}_{Q_4} + \cdots\right)$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \vec{E}_{234\ldots}$$

$$\begin{cases} F_{1x} = q_1\left(E_{Q_2x} + E_{Q_3x} + E_{Q_4x} + \cdots\right) \\ F_{1y} = q_1\left(E_{Q_2y} + E_{Q_3y} + E_{Q_4y} + \cdots\right) \end{cases}$$

Loi



Les équipotentiels sont des lignes dans l'espace reliant les mêmes valeurs de potentiel ! Ces lignes sont toujours perpendiculaire aux lignes de champ électrique.

Puisque les forces électriques sont des forces "conservatives", la variation d'énergie cinétique d'une charge-test (q) sera compensée par une variation opposée de son énergie potentielle électrique si aucun agent extérieur intervient.

Loi de conservation d'énergie mécanique lors d'un déplacement (de A à B) d'une charge q parmi des objets chargés

$$W_{ext} = \frac{1}{2}m_q\left(v_B^2 - v_A^2\right) + q\cdot\left(V_B - V_A\right)$$

W_{ext} : Travail d'un agent extérieur
$\frac{1}{2}m_q(v_B^2 - v_A^2)$: variation d'énergie cinétique
$q\cdot(V_B - V_A)$: variation d'énergie potentielle électrique (ΣQ aux points B et A)

Liste Triboélectrique simplifiée : ← meilleur capteur — meilleur cédeur →
Téflon™, caoutchouc, verre

Densités de charges

Densité de charges linéique

$$\lambda = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}} = \frac{dQ}{dL}$$

$dQ = \lambda dL$

Densité de charges surfacique

$$\sigma = \frac{Q_{tot}}{A_{tot}} = \frac{dQ}{dA}$$

A = aire

$dQ = \sigma dA$

Densité de charges volumique

$$\rho = \frac{Q_{tot}}{V^*_{tot}} = \frac{dQ}{dV^*}$$

* V = volume

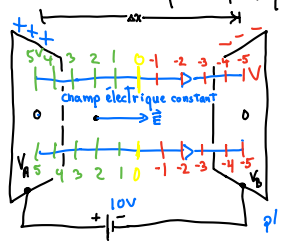
$dQ = \rho dV^*$

Énergie potentielle électrique de tout un ensemble de charges (U_{sys})

$$U_{sys} = \frac{kQ_1Q_2}{r_{12}} + \frac{kQ_1Q_3}{r_{13}} + \frac{kQ_1Q_4}{r_{14}} + \frac{kQ_2Q_3}{r_{23}} + \frac{kQ_2Q_4}{r_{24}} + \frac{kQ_3Q_4}{r_{34}} \quad \text{(pour 4 charges)}$$

Si U_{sys} est négative alors il s'agit d'un ensemble de charges qui sont liées (attraction)
Mais si U_{sys} est positive alors il s'agit d'un ensemble de charges qui pourront s'éloigner indéfiniment l'une de l'autre en gardant finalement une énergie cinétique totale = U_{sys} du départ.

En fait, on retrouve très souvent des paires de plaques trouées parce qu'elles produisent un champ électrique uniforme (constant) C'est simple et pratique !



On associe une seule valeur de potentiel (électrique) V et un vecteur $\vec{E}$ à toute l'ensemble des charges-sources (entrée) à chaque point de l'espace. (Principe de superposition !)

En fait, on ne se soucie pas de connaître les forces électriques qu'elles subissent car les forces s'annulent toutes. Elles restent immobiles !

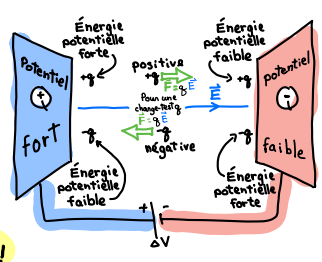
Donc le champ et le potentiel électriques sont associés aux charges-sources !

On associe une valeur d'énergie potentielle (électrique) U à une seule charge-test (qui peut subir une force et changer de niveau) située à un point de l'espace

$\vec{F}_{on\,q} = q\cdot\vec{E}$ ← ce champ électrique est associé aux charges-sources !

$U_q = q\cdot V$ ← ce potentiel électrique est associé aux charges-sources !

Donc la Force et l'énergie potentielle électriques sont associées à une charge-test !



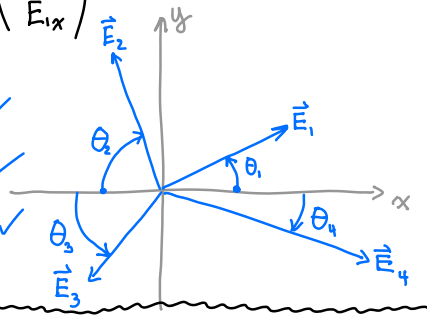
Petit rappel : Attention votre calculatrice peut vous distraire et vous tromper!

Orientation du champ électrique

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{E_{1y}}{E_{1x}}\right)$$

degré

Voici quatre exemples où votre calculatrice vous renvoit:



$\theta_1 = 32°$ oui!

$\theta_2 = -78°$ non! $(180°-78°)$ $102°$ ✓

$\theta_3 = 52°$ non! $(180°+52°)$ $232°$ ✓ $360-36$

$\theta_4 = -36°$ oui! ou $324°$ ✓ aussi bon!

Pour différentes distributions uniformes de charges

Pour une sphère métallique



$$E_{1x} = \frac{kQ_1(x_P - x_{Q_1})}{r_1^3}$$

$$E_{1y} = \frac{kQ_1(y_P - y_{Q_1})}{r_1^3}$$

comme une charge ponctuelle

$$\|\vec{E}\| = \frac{k|Q_1|}{r_1^2}$$

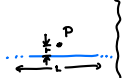
Symétrie sphérique



Aire de la sphère $= 4\pi r^2$

Pour un fil infini*

$$\|\vec{E}\| = \frac{2K|\lambda|}{r} \quad \text{où } \lambda = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}}$$



* Pour que le champ électrique d'un fil soit comme celui d'un fil infini, il faut que le point à l'étude soit centré et très proche du fil ($r \ll L$).

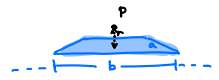
Symétrie cylindre



Aire latéral du cylindre $= 2\pi r \cdot L$

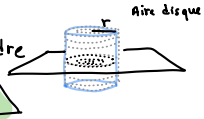
Pour un plan infini*

$$\|\vec{E}\| = 2\pi K\sigma \quad \text{où } \sigma = \frac{Q_{tot}}{A_{tot}}$$



* Pour que le champ électrique d'un plan soit comme celui d'un plan infini, il faut que le point soit centré et très proche du plan ($r \ll a$ et $r \ll b$)

Symétrie cylindre



Aire disque $= \pi r^2$

Le théorème de Gauss dit simplement que le flux électrique passant à travers une surface fermée est toujours strictement proportionnel à la charge à l'intérieur de cette surface fermée!

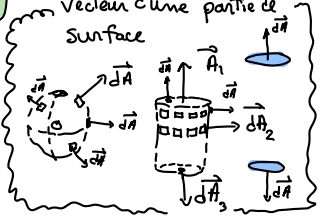
Théorème de Gauss (Maxwell)

$$\oint \underbrace{\vec{E} \cdot d\vec{A}}_{\text{flux électrique}} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \quad \text{où } \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi K}$$

$$\rightarrow \|\vec{E}\| \cdot \|d\vec{A}\| \cdot \cos\theta_{E\,dA}$$

Ce théorème a été retiré du cours.

Vecteur d'une partie de surface



Cette page contient des informations qui nécessitent des techniques de calculs qui ont été retirées du cours.

Pour un fil vertical chargé uniformément de n'importe quelle longueur!

$$E_x = -\frac{k\,Q_{tot}}{L_{tot}\,x_{fil}}\left(\frac{y_{max}}{\left(x_{fil}^2+y_{max}^2\right)^{1/2}}-\frac{y_{min}}{\left(x_{fil}^2+y_{min}^2\right)^{1/2}}\right)$$

$$E_y = \frac{k\,Q_{tot}}{L_{tot}}\left(\frac{1}{\left(x_{fil}^2+y_{max}^2\right)^{1/2}}-\frac{1}{\left(x_{fil}^2+y_{min}^2\right)^{1/2}}\right)$$

$dQ = \lambda\,dL = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}}\,dy$ (variable d'intégration : y ; constant : $\frac{Q_{tot}}{L_{tot}}$)

$r = \left(x_{fil}^2+y_{dQ}^2\right)^{1/2}$ (variable : r ; constant : x_{fil} ; variable d'intégration : y_{dQ})

Pour un fil horizontal chargé uniformément de n'importe quelle longueur!

$$E_x = \frac{k\,Q_{tot}}{L_{tot}}\left(\frac{1}{\left(x_{max}^2+y_{fil}^2\right)^{1/2}}-\frac{1}{\left(x_{min}^2+y_{fil}^2\right)^{1/2}}\right)$$

$$E_y = -\frac{k\,Q_{tot}}{L_{tot}\,y_{fil}}\left(\frac{x_{max}}{\left(x_{max}^2+y_{fil}^2\right)^{1/2}}-\frac{x_{min}}{\left(x_{min}^2+y_{fil}^2\right)^{1/2}}\right)$$

$dQ = \lambda\,dL = \frac{Q_{tot}}{L_{tot}}\,dx$ (variable d'intégration : x ; constant : $\frac{Q_{tot}}{L_{tot}}$)

$r = \left(x_{dQ}^2+y_{fil}^2\right)^{1/2}$ (variable : r ; constant : y_{fil} ; variable d'intégration : x_{dQ})

Intégrales résolues par nos chers mathématiciens! ($u=x$ ou $u=y$)

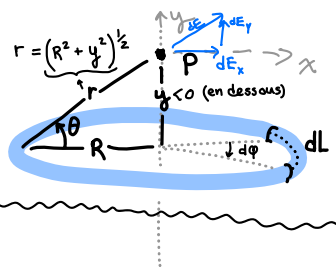
$$\int \frac{u\,du}{\left(A^2+u^2\right)^{3/2}} = \frac{-1}{\sqrt{A^2+u^2}}$$

$$\int \frac{du}{\left(A^2+u^2\right)^{3/2}} = \frac{u}{A^2\sqrt{A^2+u^2}}$$

Pour un point centré au-dessus d'un anneau uniformément chargé de rayon R.

$E_x = 0$ (par symétrie)

$$E_y = -\frac{k\,Q_{tot}\,y}{\left(R^2+y^2\right)^{3/2}}$$



dQ est un petit bout de fil courbé (arc) dont la longueur est $R\cdot d\varphi$

$dQ = \lambda\,dL = \frac{Q_{tot}}{2\pi R}\cdot R\,d\varphi = \frac{Q_{tot}}{2\pi}\,d\varphi$ ($\frac{dL}{R}=d\varphi$; arc de cercle ; densité de charge linéique ; variable d'intégration)

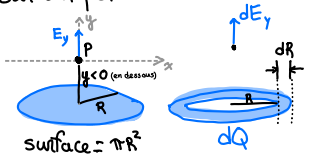
$$dE_y = \frac{k\,dQ}{r^3}(y_P-y) = -\frac{kQ_{tot}\,y}{2\pi r^3}d\varphi \Rightarrow E_y = -\frac{kQ_{tot}\,y}{2\pi r^3}\int_0^{2\pi} d\varphi$$

(constante ; 0 ; constante ; constante ; intégrale très facile)

on servira de ce résultat

Pour un point centré au-dessus d'un disque uniformément chargé

densité de charge surfacique $\sigma = \frac{Q_{tot}}{\pi R_{max}^2}$ (borne maximale de la variable d'intégration)



Il suffit d'intégrer la charge infinitésimale $dQ = \sigma\cdot dA$ correspondant à des anneaux dont la surface infinitésimale est $dA = 2\pi R\cdot dR$. Donc $dQ = \sigma\cdot 2\pi R\cdot dR$ (variable d'intégration)

$E_x = 0$ (Par symétrie)

$$E_y = \int dE_y = \int \frac{-k\,dQ\,y}{\left(R^2+y^2\right)^{3/2}} = \int_0^{R_{max}} 2\pi k\,y\,\sigma\,\frac{R\,dR}{\left(R^2+y^2\right)^{3/2}} = 2\pi k\,\sigma\,y\left[\left(R_{max}^2+y^2\right)^{-\frac{1}{2}}-y^{-1}\right]$$

(constante ; constante ; variable ; constante)

E_y